第 4 講　1 次不等式

PART1　1 次不等式とその解き方

要点 ①　不等式と不等号

「　　　　　」… 数量の大小関係を，不等号を用いて表した式

$a \quad b$ … a は b より小さい

$a \quad b$ … a は b より大きい

$a \quad b$ … a は b 以下(a は b より小さい，または b と等しい)

$a \quad b$ … a は b 以上(a は b より大きい，または b と等しい)

2 つの実数 a，b について，$a>b$，$a=b$，$a<b$ のうち，いずれか 1 つのみが成り立つ。

要点 ②　不等式の性質

不等式において，不等号の左側の部分を左辺，右側の部分を右辺といい，左辺と右辺を合わせて両辺という。以下の「等式の性質」が，不等式においても成立するかを考える。

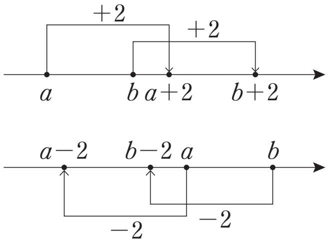
$A=B$ ならば

1　$A+C=B+C$，$A-C=B-C$　　**2**　$AC=BC$，$\dfrac{A}{C}=\dfrac{B}{C}$ (ただし，$C \neq 0$)

$a<b$ のとき

$a+2<b+2$，$a-2<b-2$

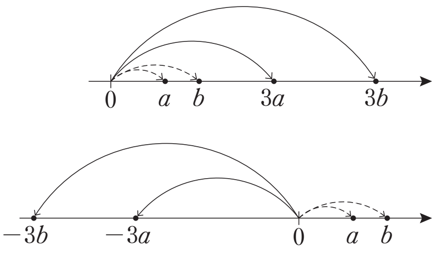
に見られるように，両辺に同じ数を足しても，両辺から同じ数を引いても，大小関係は変わらない。



$a>0$，$b>0$，$a<b$ のとき

$3a<3b$，$-3a \quad -3b$

である。つまり，両辺に同じ正の数を掛けても大小関係は変わらないが，両辺に同じ負の数を掛けると，大小関係が入れ替わり，不等号の向きが変わる。



これは，$a<0$，$b>0$，$a<b$ のとき，$a<0$，$b<0$，$a<b$ のときも同様である。また，両辺を同じ数で割るときは，その逆数を掛けると考えれば，同様のことが成り立つ。

一般に，不等式に関して次の性質が成り立つ。

不等式の性質

1　$A<B$ ならば　$A+C<B+C$，$A-C<B-C$

2　$A<B$，$C>0$ ならば $AC<BC$，$\dfrac{A}{C}<\dfrac{B}{C}$

3　$A<B$，$C<0$ ならば $AC>BC$，$\dfrac{A}{C}>\dfrac{B}{C}$

とくに **3** について，不等式の両辺に同じ　　　　　　　　　　，両辺を同じ
　　　　　　　　　すると，　　　　　　　　　　　　　ことを表している。

要点 ③ 不等式の解

x についての不等式を満たす x の値を，その不等式の「　　」という。

例　不等式 $2x-1<2$ について

$x=1$ はこの不等式の解　　　　　　が，$x=2$ はこの不等式の解　　　　　　。

不等式の　　　　　　　　を求めることを，その不等式を「　　　」という。これ以降は，不等式のすべての解を，その不等式の解とする。

不等式の性質 **1** により，方程式と同様，「　　　」することができる。不等式のすべての項を左辺に移項したとき，$x+3>0$，$2x-5\leqq 0$ のように，左辺が x の 1 次式になる不等式を，x についての「　　　　　　　　」という。

不等式の性質を用いて，1 次不等式を解くことができる。

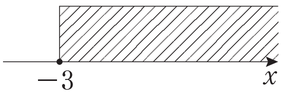
例　$-2x+1\leqq 7$ を解く

移項して　$-2x\leqq 7-1$

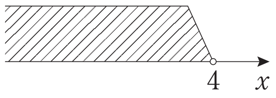
整理して　$-2x\leqq 6$

両辺を -2 で割って　$x\geqq -3$

$x\geqq -3$ で表される x の範囲を数直線上に表すと右図のようになる。図中の黒丸は，その数が範囲に含まれることを表す。



$x<4$ で表される x の範囲を数直線上に表すと右図のようになる。図中の白丸は，その数が範囲に含まれないことを表す。



1 次の1次不等式を解け。

(1) $7x+8<4x-13$

(2) $3(x-2)\leqq 2(5x+4)$

(3) $0.5x+0.2>-0.1x+1.6$

(4) $\frac{1}{2}x+2\geqq\frac{4}{3}x-\frac{1}{6}$

Point Pickup

不等式の性質

1 $A<B$ ならば $A+C<B+C$，$A-C<B-C$

2 $A<B$，$C>0$ ならば $AC<BC$，$\frac{A}{C}<\frac{B}{C}$

3 $A<B$，$C<0$ ならば $AC>BC$，$\frac{A}{C}>\frac{B}{C}$

不等式の両辺に同じ負の数を掛けたり，両辺を同じ負の数で割ったりすると，不等号の「　　　」が変わる

1次不等式の解法

1次方程式を解くときと同様に

① かっこ ⇒「　　　　　」 小数 ⇒「　　　　　　」 分数 ⇒「　　　　　　　」

② x の項を左辺に，数の項を右辺に集約し両辺を x の係数で割る。

第 4 講　PART1 確認問題

1　不等式 $2x+1>5x+7$ の解は，x ア イウ である。

ア は次の①，②のうちから選べ。

①　$>$　　②　$<$

2　不等式 $5(x-1)<3(x+3)$ の解は，x エ オ である。

エ は次の①，②のうちから選べ。

①　$>$　　②　$<$

3　不等式 $0.3x+0.8 \geqq -0.2x+2.3$ の解は，x カ キ である。

カ は次の①，②のうちから選べ。

①　$\geqq$　　②　$\leqq$

4　不等式 $\frac{1}{3}x+1 \leqq \frac{3}{2}x-\frac{1}{6}$ の解は，x ク ケ である。

ク は次の①，②のうちから選べ。

①　$\geqq$　　②　$\leqq$

第 4 講　1 次不等式

PART1　1 次不等式とその解き方

1　次の 1 次不等式を解け。

(1)　$7x+8<4x-13$

(2)　$3(x-2)\leqq 2(5x+4)$

(3)　$0.5x+0.2>-0.1x+1.6$

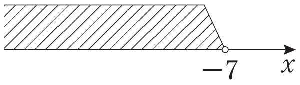
(4)　$\dfrac{1}{2}x+2\geqq\dfrac{4}{3}x-\dfrac{1}{6}$

[解答]

(1)　$7x+8<4x-13$

移項し整理して　$3x<-21$

両辺を 3 で割って　$x<-7$

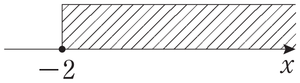


(2)　$3(x-2)\leqq 2(5x+4)$

かっこをはずして　$3x-6\leqq 10x+8$

移項し整理して　$-7x\leqq 14$

両辺を -7 で割って　$x\geqq -2$

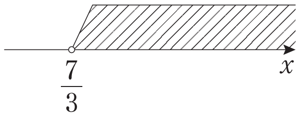


(3)　$0.5x+0.2>-0.1x+1.6$

両辺に 10 を掛けて　$5x+2>-x+16$

移項し整理して　$6x>14$

両辺を 6 で割って　$x>\dfrac{14}{6}$　　$x>\dfrac{7}{3}$

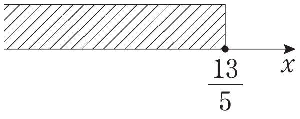


(4)　$\dfrac{1}{2}x+2\geqq\dfrac{4}{3}x-\dfrac{1}{6}$

両辺に 6 を掛けて　$3x+12\geqq 8x-1$

移項し整理して　$-5x\geqq -13$

両辺を -5 で割って　$x\leqq\dfrac{13}{5}$



第 4 講　PART1 確認問題 解答

1

[正解] ア：②，イウ：-2

[解説]

$2x+1>5x+7$

$-3x>6$

$\boldsymbol{x<-2}$ [A]

[A]　両辺を -2(負の数)で割るので，不等号の向きが変わる。

2

[正解] エ：②，オ：7

[解説]

$5(x-1)<3(x+3)$

$5x-5<3x+9$

$2x<14$

$\boldsymbol{x<7}$ [B]

[B]　両辺を 2(正の数)で割る。不等号の向きは変わらない。

3

[正解] カ：①，キ：3

[解説]

$0.3x+0.8\geqq-0.2x+2.3$

両辺に 10 を掛けると，[C]

$3x+8\geqq-2x+23$

$5x\geqq15$

$\boldsymbol{x\geqq3}$

[C]　係数を整数にする。

4

[正解] ク：①，ケ：1

[解説]

$$\frac{1}{3}x+1\leqq\frac{3}{2}x-\frac{1}{6}$$

両辺に 6 を掛けて，[D]

$2x+6\leqq9x-1$

$-7x\leqq-7$

$\boldsymbol{x\geqq1}$

[D]　分母 2，3，6 の最小公倍数の 6 を掛けて，係数を整数にする。